M 8

Gebrochen rationale Funktionen

Eigenschaften gebrochen rationaler Funktionen

Aufgabe 1:

Zeichne mit geogebra den Graphen der Funktion $f: x \mapsto f(x) = \frac{1}{x}$

Beantworte (zusammen mit deinem Tischnachbar) folgende Fragen:

- Welche Zahlen x dürfen <u>nicht</u> in den Funktionsterm eingesetzt werden?
  Wie lautet daher die Definitionsmenge der Funktion?

  D_f =

- Was passiert in der Nähe der Stelle x = 0 mit den Funktionswerten f(x)?
  Setze z.B. für x die Zahl 0,000 000 000 1 oder -0,000 000 000 1 ein.

  Formuliere eine „Je-desto“- Aussage:

  Lösung

- Was geschieht mit den Funktionswerten f(x), wenn für x dem Betrag nach immer größere Werte eingesetzt werden?
  Setze z.B. für x die Zahl 10 000 oder -10 000 ein.

  Formuliere eine „Je-desto“- Aussage:

  Lösung

Aufgabe 2:

Gegeben sind folgende Funktionsterme:

$f_1(x)=\frac{1}{x^2}$ $f_2(x)=-\frac{1}{x+2}$ $f_3(x)=\frac{1}{x-3}$

$f_4(x)=-\frac{1}{x}$ $f_5(x)=\frac{1}{x}+1$ $f_6(x)=\frac{2x}{3x+4}$

Stelle jeweils typische Eigenschaften des Graphen folgender Funktionen fest:

Welche Zahlen dürfen jeweils nicht in den Funktionsterm eingesetzt werden („Definitionslücken“)?

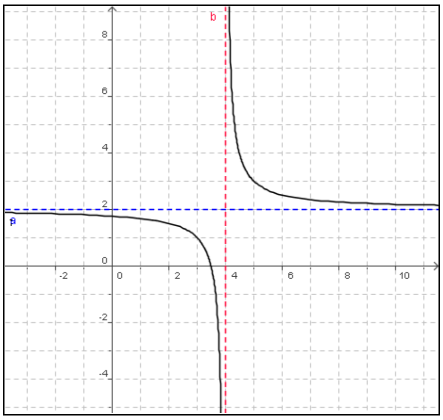
Untersuche insbesondere jeweils das Verhalten des Graphen

- bei Annäherung an diese Definitionslücke
- für x-Werte mit größer werdenden Beträgen

Stelle jeweils die Gemeinsamkeiten bzw. Unterschiede mit dem Graphen von $f(x)=\frac{1}{x}$ heraus.

M 8 Gebrochen rationale Funktionen	# Eigenschaften gebrochen rationaler Funktionen

Hefteintrag:

Terme, bei denen eine Variable im Nenner auftritt, heißen **Bruchterme.** In Bruchterme dürfen nur Zahlen eingesetzt werden, für die der Nenner nicht null wird. **Funktionen**, deren Funktionsterm ein Bruchterm ist, heißen gebrochen rationale Funktionen. Alle Zahlen, für die der Nenner null wird, können nicht zur Definitionsmenge der Funktion gehören („Definitionslücken“)	$\frac{1}{x}, \frac{3}{x+2}, \frac{2-z}{z^2}$ $f: x \mapsto \frac{1}{x}, \quad g: x \mapsto \frac{3}{2x-3}$ oder $h: z \mapsto \frac{2-z}{z^2}$ $\frac{3}{2x+3}$ D = Q \ {1,5} Nenner: 2x – 3 = 0 → x = 1,5
Eine Gerade, der sich der Graph einer Funktion beliebig annähert, nennt man Asymptote. Man unterscheidet waagrechte und senkrechte Asymptoten. Eine Stelle, bei der der Graph eine senkrechte Asymptote aufweist, nennt man auch Polstelle.	

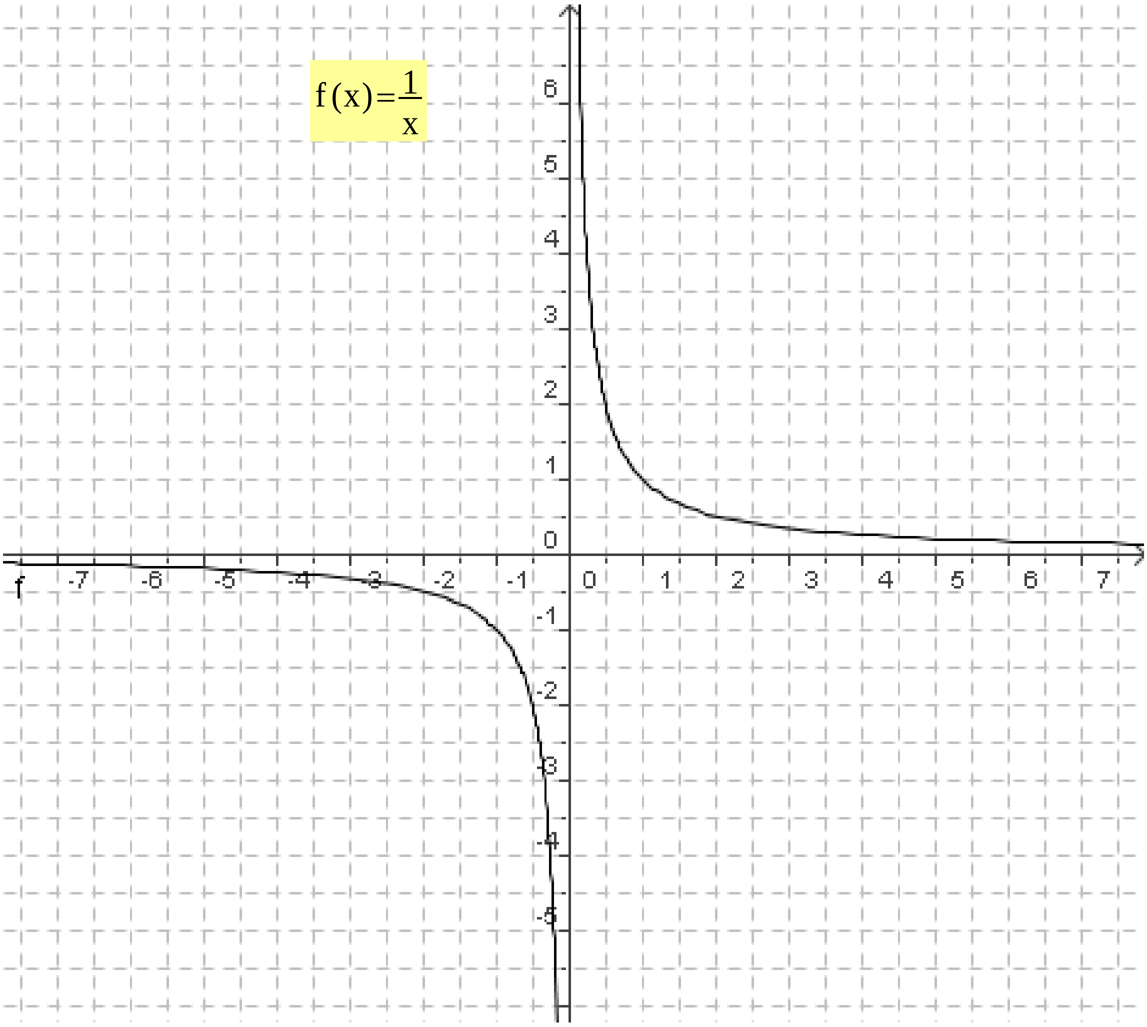
In einfachen Fällen lassen sich die Graphen von gebrochen rationalen Funktionen (ohne Funktionsplotter) skizzieren:

- Berechne die Polstelle und markiere sie durch eine senkrechte Gerade
- Überlege mithilfe einer Wertetabelle das Verhalten bei Annäherung an die Polstellen und für betragsmäßig sehr groß werdende x-Werte

Aufgabe 3:
Buch (Lambacher Schweizer) S 109 / 4, 5

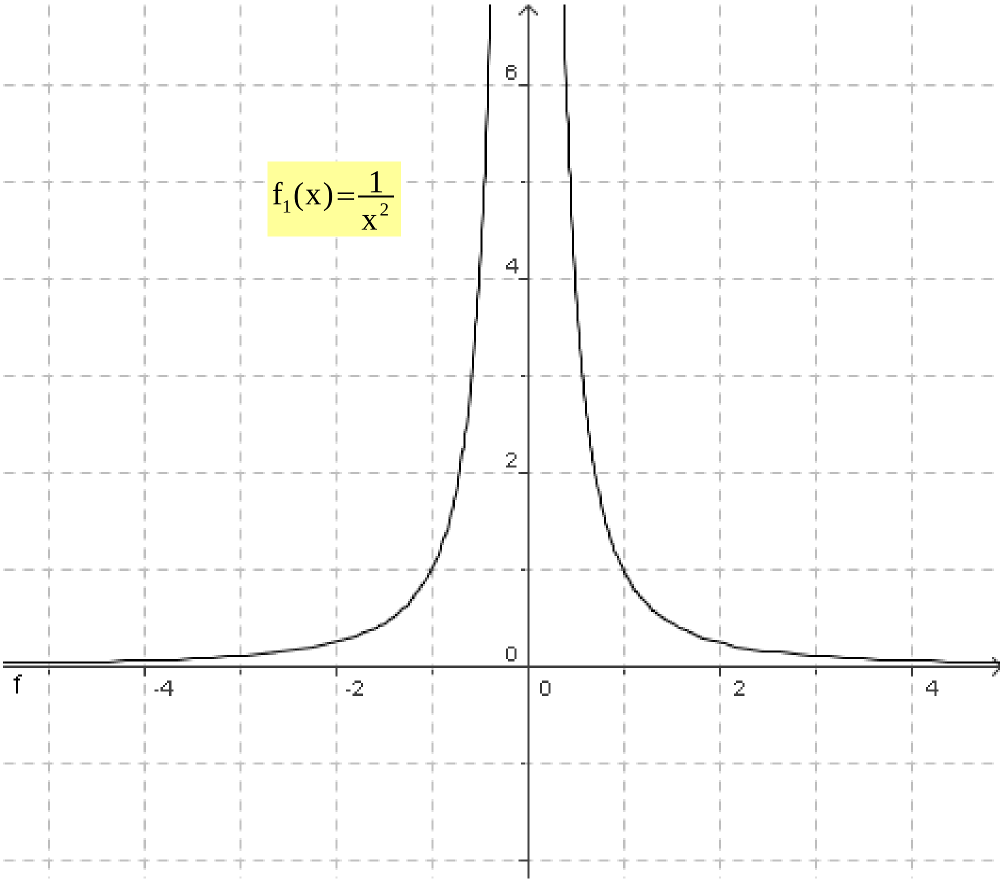
Weitere Aufgaben
Buch (Lambacher Schweizer) S 108-110

Zum Nachlesen
Buch (Lambacher Schweizer) S 106-108, incl. der Beispiele 1 und 2

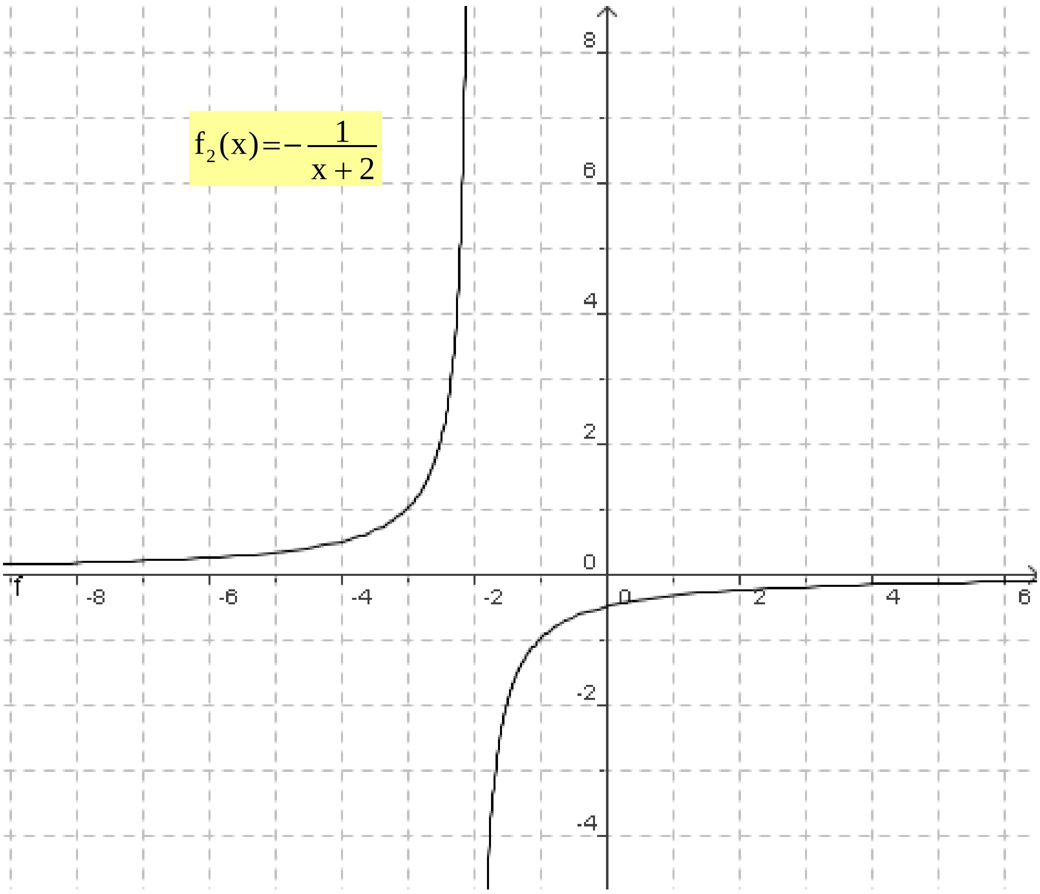


nach oben

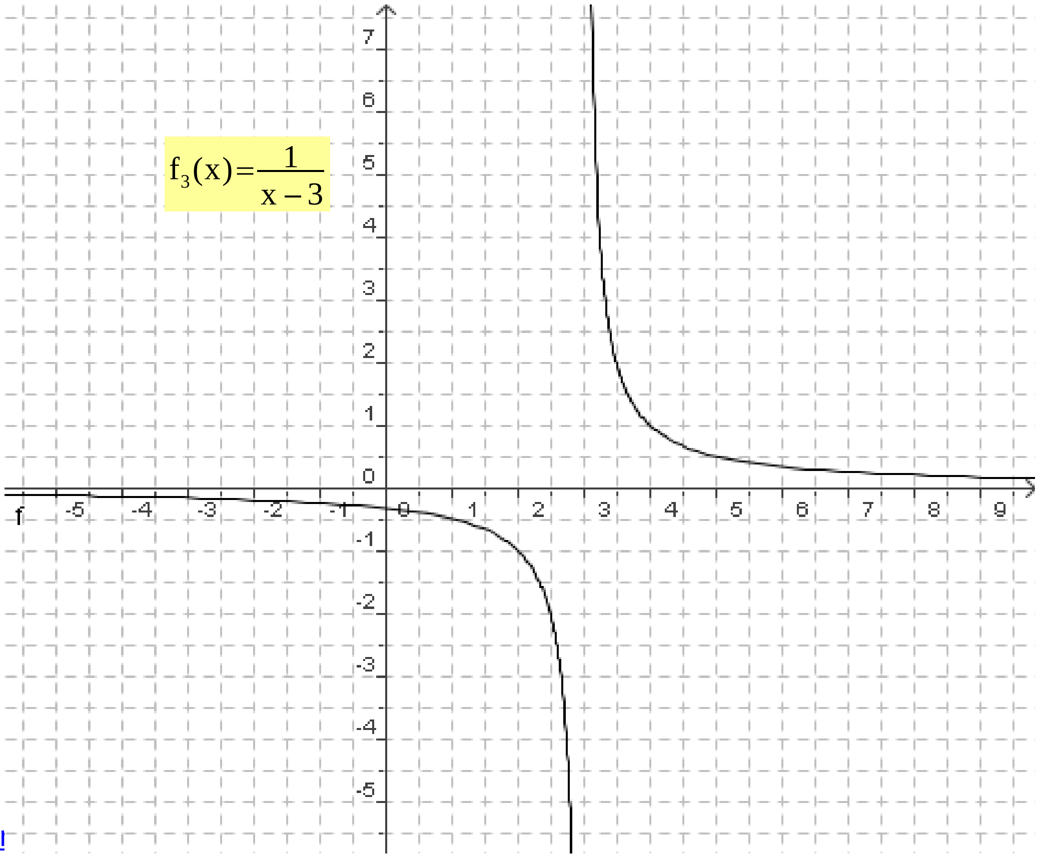
Eigenschaften gebrochen rationaler Funktionen



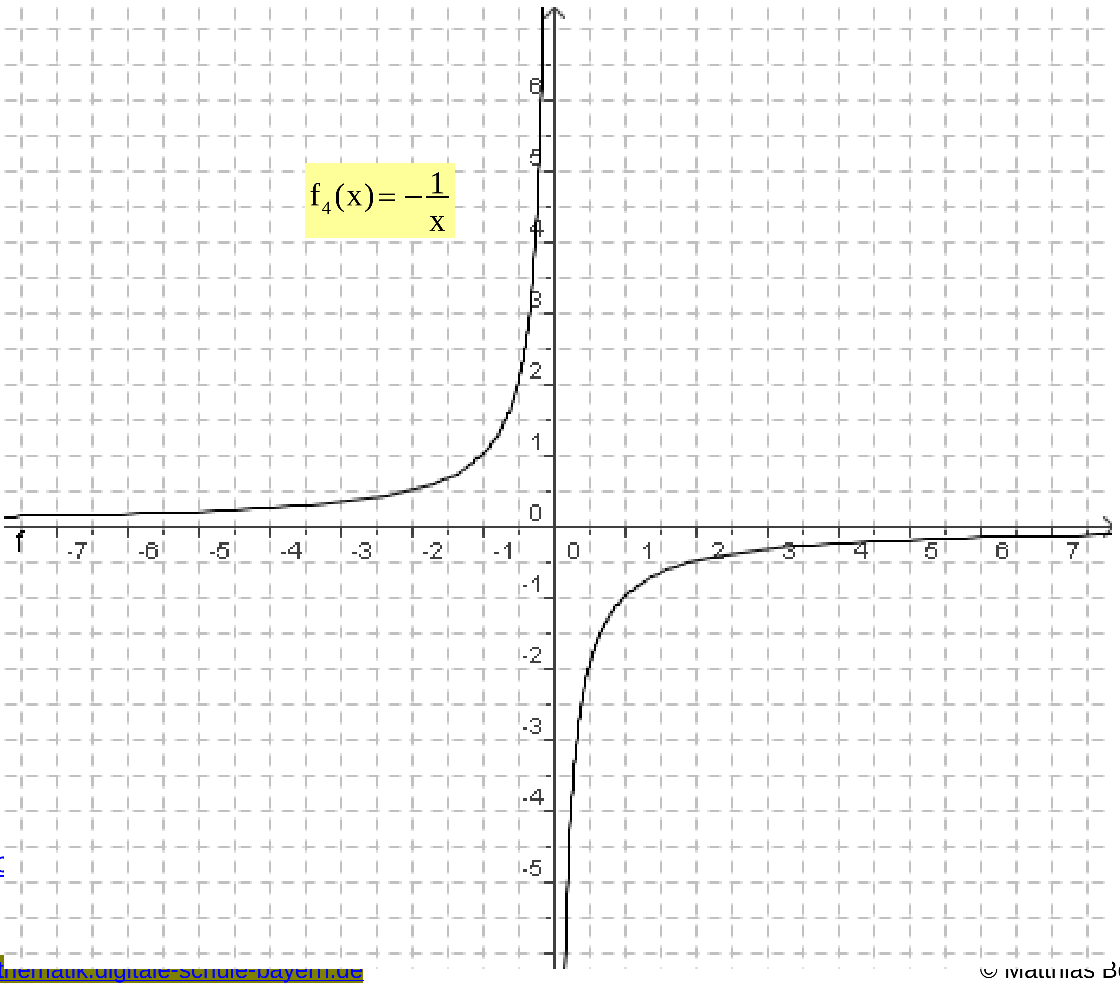
nach oben



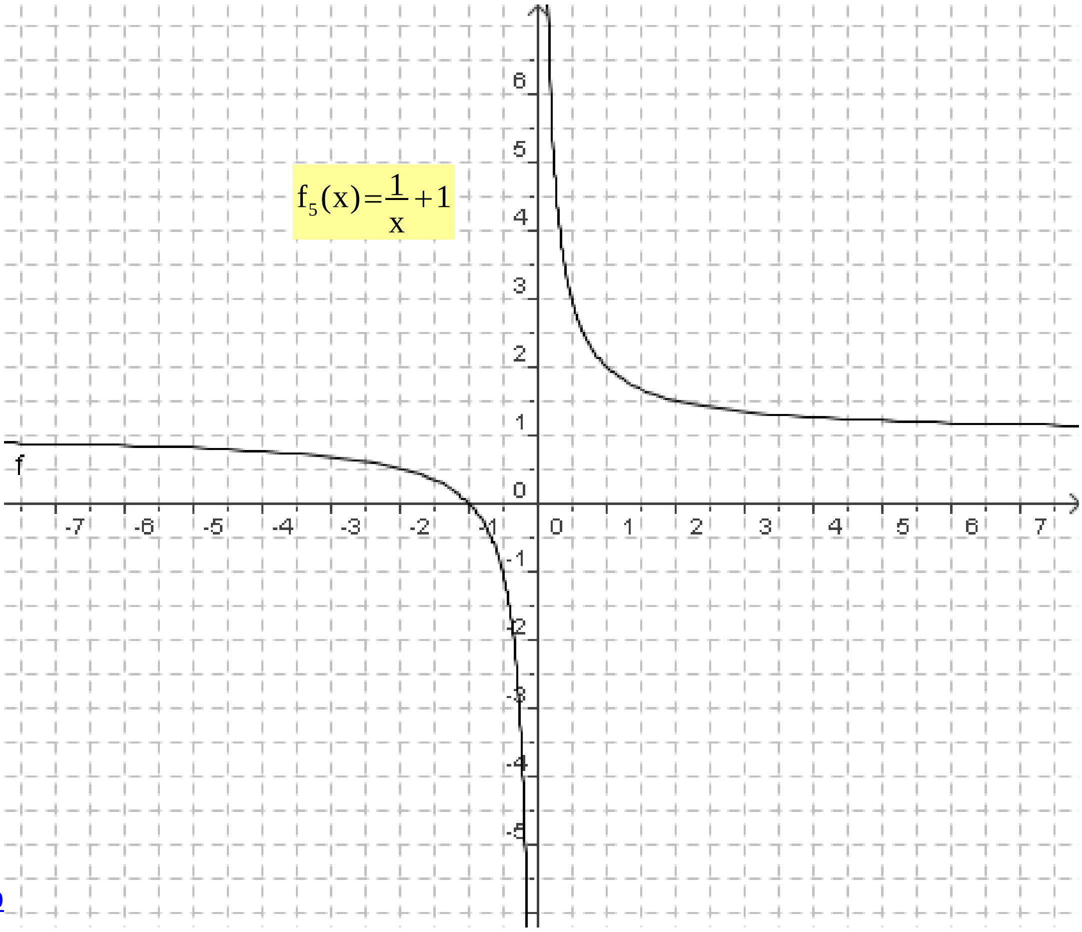
nach oben



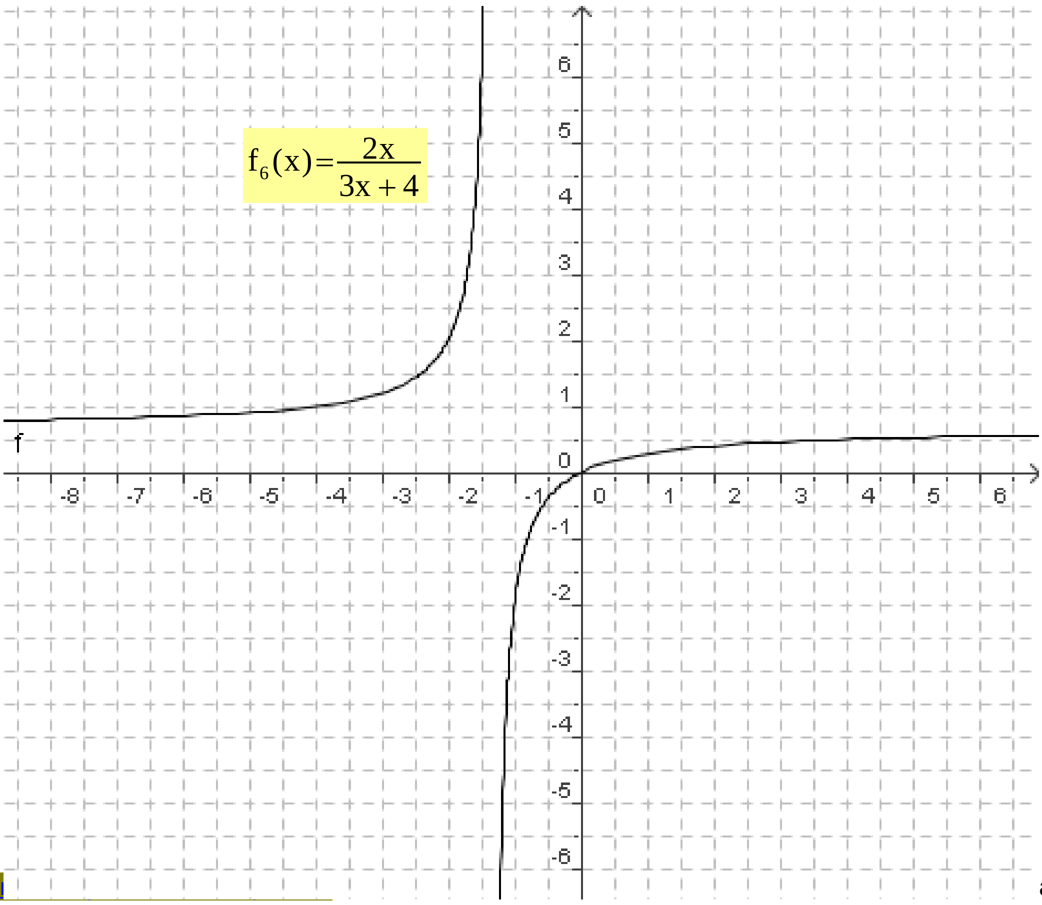
nach oben



nach oben


$f_5(x)=\frac{1}{x}+1$
f
-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7
6 5 4 3 2 1 0 -1 -2 -3 -4 -5

nach ob


$f_6(x)=\frac{2x}{3x+4}$
f
-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6
6 5 4 3 2 1 0 -1 -2 -3 -4 -5 -6

nach oben

- Was passiert in der Nähe der Stelle x = 0 mit den Funktionswerten f(x)?
  Setze z.B. für x die Zahl 0,000 000 000 1 oder -0,000 000 000 1 ein.

  Formuliere eine „Je-desto“- Aussage:

  Je mehr man sich der Null beim Einsetzen nähert, desto größer wird der Betrag der Funktionswerte.
  („Je kleiner der Nenner, desto größer der Bruch“)

nach oben

- Was geschieht mit den Funktionswerten f(x), wenn für x dem Betrag nach immer größere Werte eingesetzt werden?
  Setze z.B. für x die Zahl 10 000 oder -10 000 ein.

  Formuliere eine „Je-desto“- Aussage:

  Je größer die x-Werte dem Betrag nach werden, desto mehr nähern sich die Funktionswerte der Null an.
  („Je größer der Nenner, desto kleiner der Wert des Bruches“)

nach oben